

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
BACHILLERATO
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta ésta indicada en las mismas.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Considera la integral definida $I = \int_1^9 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$

- (a) [1'5 puntos] Expresa la anterior integral definida aplicando el cambio de variables $1 + \sqrt{x} = t$.
 (b) [1 punto] Calcula I.

Ejercicio 2.

- (a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la parábola $y = x^2$ que es paralela a la recta $4x + y + 3 = 0$.
 (b) [1'5 puntos] Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola $y = x^2$ que pasan por el punto $(2, 0)$.

Ejercicio 3. Denotamos por M^t a la matriz transpuesta de una matriz M .

- (a) [1 punto] Sabiendo que $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ y que $\det(A)=4$, calcula los siguientes determinantes:

$$\det(3A^t) \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix}.$$

- (b) [0'75 puntos] Sea I la matriz identidad de orden 3 y sea B una matriz cuadrada tal que $B^3 = I$. Calcula $\det(B)$.
 (c) [0'75 puntos] Sea C una matriz cuadrada tal que $C^{-1} = C^t$. ¿Puede ser $\det(C) = 3$? Razona la respuesta.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la distancia entre las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \frac{z - 2}{-3} \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - 1 = 1 - z \\ y = 0 \end{cases}$$

Opción B

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1$

- (a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en un punto de la misma de ordenada $y = 1$, teniendo en cuenta que dicha recta tangente tiene pendiente negativa.
 (b) [1'5 puntos] Calcula el área de la región del plano limitada por la gráfica de f, la recta tangente obtenida y el eje de ordenadas.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Se quiere fabricar una caja abierta de chapa con base cuadrada y con 32 litros de capacidad. Halla las dimensiones de la caja que precisa la menor cantidad de chapa.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} mx + 2y + z &= 2 \\ x + my &= m \\ 2x + mz &= 0 \end{aligned}$$

- (a) [0'5 puntos] Determina los valores de m para los que $x = 0$, $y = 1$ y $z = 0$ es solución del sistema.
 (b) [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema es incompatible.
 (c) [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera los puntos P $(6, -1, -10)$, Q $(0, 2, 2)$ y R, que es el punto de intersección del

plano $\pi \equiv 2x + \lambda y + z - 2 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ y = 1 \end{cases}$

Determina λ sabiendo que los puntos P , Q y R están alineados.